

Фролов А. Н.¹

О порядке роста сумм индикаторов событий, лемме Бореля–Кантелли и динамических системах

Пусть $\{A_n\}$ – последовательность событий таких, что ряд из их вероятностей расходится. Пусть S_n – сумма индикаторов A_1, A_2, \dots, A_n . В докладе обсуждаются условия, при которых $S_n = E_n + o(B_n)$ п. н. (почти наверное). При этом обычно центрирующие и нормирующие постоянные имеют вид $E_n = ES_n$ и $B_n = f(ES_n)$ соответственно.

Подобные результаты мы называем усиленной формой леммы Бореля–Кантелли. Они представляют интерес в различных разделах математики. С аналитической точки зрения они дают представление о порядке роста сумм измеримых функций. Если существует эргодическое сохраняющее меру преобразование T вероятностного пространства Ω , то рассматривая события вида $A_n = \{\omega : T^n\omega \in B_n\}$, мы получим описание статистических свойств соответствующей динамической системы. В частности, при $\Omega = [0, 1]$ сумма S_n равна числу решений некоторых неравенств. Изучение ее асимптотики представляет интерес в метрической теории чисел. С точки зрения теории вероятностей эти результаты являются оценками скорости сходимости в усиленных законах больших чисел. При этом рассматривается обобщение схемы Бернулли, в которой нет предположения о независимости испытаний и вероятность успеха не постоянна.

В докладе представлен ряд обобщений усиленной формы леммы Бореля–Кантелли на случай неотрицательных случайных величин.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ, грант 23–21–00078.

Список литературы

- [1] Frolov A. N. 2021. On strong forms of the Borel–Cantelli lemma and intermittent interval maps // J. Math. Analysis Appl. 2021. Vol. 504(2). Art. number 125425. DOI: 10.1016/j.jmaa.2021.125425.

¹Фролов Андрей Николаевич, профессор, Санкт-Петербургский государственный университет

-
- [2] Фролов А. Н. Об усиленной форме леммы Бореля–Кантелли // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2022. Т. 9, вып. 1. С. 85–93.
- [3] Фролов А. Н. Об усиленных формах леммы Бореля–Кантелли и динамических системах с полиномиальным убыванием корреляций. // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2022. Т. 9, вып. 4. С. 646–654.